Contrôle de mathématiques

Lycée : **Louise Michel**	Classe..........	Date : **02/02/17**
Nom :		
Prénom :		

Acquises	**En cours**	**Non Acquises**	**CAPACITÉS**	**Score**
			Relation fonctionnelle de logarithme népérien	**/ 9**
			Calcul de la probabilité conditionnelle, arbre pondéré	**/11**
				Total : **/20**

<u>Exercice</u> 1 (9 points)

1.) Simplifier les écritures suivantes :

(a) $A = \ln\left(e\sqrt{e}\right)$

(b) $B = \ln\left(\sqrt{5}+2\right) + \ln\left(\sqrt{5}-2\right)$

(c) $C = e^{\frac{1}{2}(\ln 9)+1}$

(d) En utilisant un seul logarithme : $D = 2\ln 3 + \ln 2 - \dfrac{1}{2}\ln 5$

(e) En exprimant uniquement avec $\ln 2$ et $\ln 5$: $E = \ln 50 + \ln 40 - \ln 25^{\;2}$

2.) Résoudre les équations et inéquations suivantes :

(a) $\ln(x) + \ln(x-1) = 0$

(b) $\ln(x-1) + \ln(2-x) \geq \ln(6x)$

(c) $2(\ln x)^2 + 3\ln x \ - 2 = 0$

3.) Faire le tableau de variation de la fonction f définie sur $\left[\dfrac{1}{e}; e^2\right]$ par : $f(x) = x\ln x - 2x + 1$

<u>Exercice</u> 2 (11 points)

(Dans cet exercice, les probabilités demandées seront données sous forme décimale, éventuellement arrondies à 10^{-3} près.)

Lors d'une enquête réalisée par l'infirmière auprès d'élèves de classes de terminales, on apprend que **60 %** des élèves sont des **filles.**

De plus, **40 %** des filles et **30 %** des garçons fument.

1.) On choisit un élève au hasard. On note **A** l'événement « l'élève fume » et $P(A)$ la probabilité de cet événement.
On note **F** l'événement « l'élève choisi est une fille ».
Quelle est la probabilité que :

(a) cet élève soit un garçon ?

(b) cet élève soit une fille qui fume ?

(c) cet élève soit un garçon qui fume ?

2.) Déduire des questions précédentes, en le justifiant la probabilité $P(A)$.

3.) L'enquête permet de savoir que :
❁ parmi les élèves fumeurs, la moitié ont des parents qui fument ;
❁ parmi les élèves non fumeurs, **65 %** ont des parents non fumeurs.
On note **B** l'événement « L'élève choisi a des parents fumeurs ».
On notera $P_B(A)$ la probabilité de l'événement de l'événement A sachant B.
Dans cette question, on pourra s'aider d'un arbre de probabilité.

(a) Calculer les probabilités $P(A \cap B)$ et $P\left(\overline{A} \cap B\right)$
En déduire $P(B)$.

(b) Calculer $P_B(A)$ probabilité qu'un élève fume sachant qu'il a des parents fumeurs.
Calculer $P_{\overline{B}}(A)$, probabilité qu'un élève fume sachant qu'il a des parents non fumeurs.
Quelle remarque amène la comparaison de ces deux résultats.

4. On rappelle que, pour chaque élève choisi, la probabilité qu'il soit fumeur est égale à **0,36**. On choisit quatre élèves de terminale au hasard.
On admettra que la population d'élèves de terminale est suffisamment grande pour que le choix d'élèves au hasard soit assimilé à un tirage avec remise.
Quelle est la probabilité :

(a) qu'aucun de ces quatre élèves ne soit fumeur ?

(b) qu'au moins un élève soit fumeur ?

<u>Exercice</u> 3 (11 points)

Une entreprise confie à une société de sondages par téléphone une enquête sur la qualité de ses produits.
Lors du premier appel téléphonique, la probabilité que le correspondant soit absent est $0,4$.
sachant que le correspondant est présent, la probabilité qu'il accepte de repondre au questionnaire est $0,4$.
Les probabilités seront données au millième.

1.) On note A_1 l'événement : «la personne est absentelors du premier appel» ; et R_1 l'événement « la personne accepte de répondre au questionnaire lors du premier appel».
   Quelle est la probabilité de R_1.
2.) Lorsqu'une personne est absente lors du premier appel, on lui téléphone une seconde fois, à une heure différente, et, alors, la probabilité qu'elle soit absente est $0,3$. Et sachant qu'elle est présente lors du second appel, la probabilité qu'elle accepte de répondre au questionnaire est encore de $0,4$.
   Si une personne est absente lors du send appel, on ne tente plus de la contacter.
   On note :
   - A_2 l'événement : «la personne est absente lors du second appel» ;
   - R_2 l'événement : « la personne accepte de répondre au questionnaire lors du second appel» ;
   - R l'événement : «la personne accepte de répondre au questionnaire.»
   Montrer que la probabilité de R est 0,352. *(On pourra utiliser un arbre)*
3. Sachant qu'une personne a accepté de répondre au questionnaire, quelle est la probabilité pour que la réponse ait eu lieu lors du premier appel.
4. L'enqueteur choisit au hasard 250 personnes parmi un listing qui en compte plusieurs milliers.
   On assimile ce choix à un tirage avec remise. on suppose que la probabilité qu'une personne contactée réponde au sondage est de $0,352$. On note X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes répondant à l'enquête parmi les 250.
   (a) Quelle est la loi de X.
   (b) Calculer et interpréter son expérance.
   (c) Quelle est la probabilité que 100 personnes repondent à l'enquête.

<u>Exercice</u> 4 (11 points)

Une entreprise fabrique des lecteurs **MP3**, dont **1 %** sont défectueux. Chaque lecteur MP3 est soumis à une unité de contrôle dont la fiabilité n'est pas parfaite. Cette unité de contrôle rejette **98 %** des lecteurs MP3 défectueux et **3 %** des lecteurs MP3 fonctionnant correctement.
On prélève aléatoirement un lecteur MP3 après un contrôle. On note **D**l'événement ; «le lecteur MP3 est défecteux» et **R** l'événement : « l'unité de contrôle a rejeté le lecteur MP3».
Les probabilités seront arrondies à 10^{-4}.

1.) On dit qu'il y a un erreur de contrôle lorsque le lecteur MP3 est rejeté et qu'il n'est pas défectueux ou lorsqu'il n'est pas rejeté et qu'il est défectueux.
   Calculer la probabilité qu'il y ait une erreur de contrôle.
2.) Montrer que la probabilité qu'un lecteur MP3 ne soit pas rejeté est égale à $0,9605$.
3.) Quatre contrôles successifs indépendants sont maintenant réalisés pour savaoir si un lecteur MP3 peut être commercialisé.
   Un lecteur MP3 est :
   - commercialisé avec le logo de l'entreprise s'il subit avec succès les quatres contrôles,
   - détruit s'il est rejeté au moins deux fois,
   - commercialisé sans logo sinon.
   Le coût de fabrication d'un lecteur MP3 s'élève à 10 € . Son prix de vente pour une lecteur avec logo est le double de celui d'un lecteur sans logo.
   On désigne par **G** la variable aléatoire donnant le gain algébrique en euros (éventuellement négatif) réalisé par l'entreprise pour la vente d'un lecteur MP3.
   Quel doit être le prix de vente minimum d'un lecteur avec logo afin que l'espérance de la variable G soit supérieure ou égale à 30 € ? *(On donnera une valeur entière.)*

REPONDRE AUX QUESTIONS A PARTIR D'ICI