

# Table des matières

|       |                                                              |   |
|-------|--------------------------------------------------------------|---|
| 4     | <b>FONCTIONS NUMÉRIQUES</b>                                  | 0 |
| I )   | Quelques définitions . . . . .                               | 0 |
| II )  | Différentes façons de définir une fonction . . . . .         | 1 |
| 1 -   | Formule explicite . . . . .                                  | 1 |
| 2 -   | Tableau de valeurs . . . . .                                 | 1 |
| 3 -   | Courbe représentative . . . . .                              | 2 |
| III ) | Parité d'une fonction . . . . .                              | 3 |
| 1 -   | Définition . . . . .                                         | 3 |
| 2 -   | Interprétation graphique dans un repère orthogonal . . . . . | 3 |
| IV )  | Résolution graphique d'équation et d'inéquation . . . . .    | 4 |
| 1 -   | Résolution graphique d'équation . . . . .                    | 4 |
| 1 - 1 | Équation du type $f(x) = k$ , $k \in \mathbb{R}$ . . . . .   | 4 |
| 1 - 2 | Équation du type $f(x) = g(x)$ . . . . .                     | 5 |
| 2 -   | Résolution graphique d'inéquation . . . . .                  | 6 |
| 2 - 1 | Inéquation du type $f(x) \leq k$ . . . . .                   | 6 |
| 2 - 2 | Inéquation du type $f(x) \leq g(x)$ . . . . .                | 7 |

# FONCTIONS NUMÉRIQUES

## I ) Quelques définitions

### Notions de fonctions, d'images et d'antécédents

#### Définitions

#### Définition

Soit  $D$  un sous-ensemble de  $\mathbb{R}$ .

Définir une **fonction**  $f$  sur  $D$ , c'est associer à chaque nombre  $x$  de  $D$  un nombre réel et un seul noté  **$f(x)$** .

$D$  est l'**ensemble de définition** de  $f$ .

$x$  s'appelle **la variable** et  $f(x)$  est **l'image** de  $x$  par  $f$ .

Si  $f(a) = b$  avec  $a \in D$ , on dit que  $a$  est **un antécédent** de  $b$ .

#### Exemple

$x$  désigne la longueur du côté d'un carré.

On définit une fonction  $f$  sur l'intervalle  $]0 ; +\infty[$  en associant au côté de longueur  $x$  d'un carré l'aire de ce carré cest à dire :

$$f : ]0 ; +\infty[ \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto x^2$$

Calculer l'image de  $x = 2$ ;  $x = 4$ .

Trouver un antécédent de 4.

## II ) Différentes façons de définir une fonction

### 1 - Formule explicite

#### Définition

Une formule explicite est un programme de calcul qui fait intervenir l'antécédent et aboutit à l'image.

#### REMARQUE

Dans la pratique, l'image d'un nombre par la fonction  $f$  se calcule en remplaçant  $x$  par ce nombre

#### Exemple

On considère la fonction  $f$  que l'on définit sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 2x^2 - 1$ .

Calculer l'image de  $x = 5$ ;  $x = 10$ .

Trouver un antécédent de 10.

### 2 - Tableau de valeurs

#### Définition

Le **tableau de valeurs** d'une fonction est un tableau comportant deux lignes ; dans lequel on fait apparaître une liste de valeurs d'antécédents  $x$  sur la première ligne et leurs images correspondantes sur la deuxième ligne.

#### REMARQUE

On utilise généralement un tableau de valeurs pour tracer une représentation graphique possible d'une fonction.

| $x$    | -2   | -1 | 0   | 1 | 2   |
|--------|------|----|-----|---|-----|
| $f(x)$ | -1,5 | 1  | 0,5 | 0 | 2,5 |

ligne des antécédents, des abscisses

ligne des images, des ordonnées

### 3 - Courbe représentative

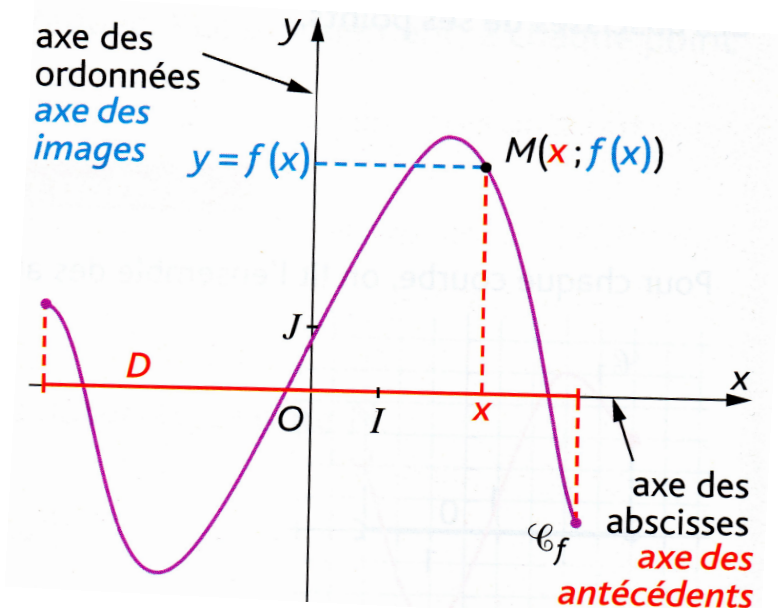
#### Définition

Dans un repère, la **représentation graphique** d'une fonction  $f$  est l'ensemble des points dont les coordonnées sont  $(x ; f(x))$  où  $x$  appartient à l'ensemble de définition de  $f$ .

On note généralement  $\mathcal{C}_f$  la représentation graphique de la fonction  $f$ .

Dit autrement, la représentation graphique d'une fonction  $f$  est constituée de l'ensemble des points dont l'ordonnée est l'image par  $f$  de l'abscisse.

#### Exemple



### III ) Parité d'une fonction

#### 1 - Définition

##### Définition

On considère une fonction  $f$  définie sur un intervalle  $I$ .

- On dit que  $f$  est **paire** si  $I$  est centré en 0 et si pour tout  $x \in I$ ,  $f(-x) = f(x)$ .
- On dit que  $f$  est **impaire** si  $I$  est centré en 0 et si pour tout  $x \in I$ ,  $f(-x) = -f(x)$ .

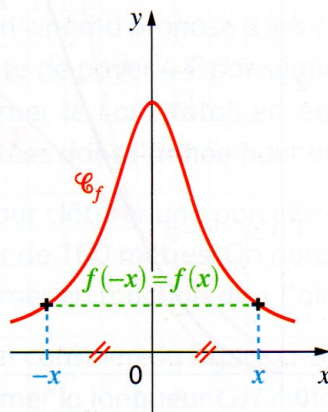
##### Exemple

Étudier la parité de la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 2x^2 - 5$

#### 2 - Interprétation graphique dans un repère orthogonal

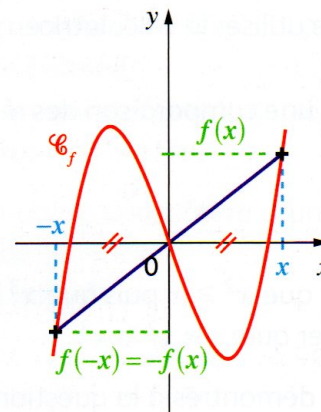
##### Fonction paire

La courbe  $\mathcal{C}_f$  est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.



##### Fonction impaire

La courbe  $\mathcal{C}_f$  est symétrique par rapport à l'origine du repère.



## Propriété

- $f$  est paire si, et seulement si, sa courbe représentative  $\mathcal{C}_f$  est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées dans un repère orthogonal.
- $f$  est impaire si, et seulement si, sa courbe représentative  $\mathcal{C}_f$  est symétrique par rapport à l'origine du repère dans un repère orthogonal.

## Démonstration

À faire en cours.

## IV ) Résolution graphique d'équation et d'inéquation

On considère deux fonctions  $f$  et  $g$  de courbes respectives  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  dans un repère orthogonal.

### 1 - Résolution graphique d'équation

#### 1 - 1 Équation du type $f(x) = k$ , $k \in \mathbb{R}$

## Propriété

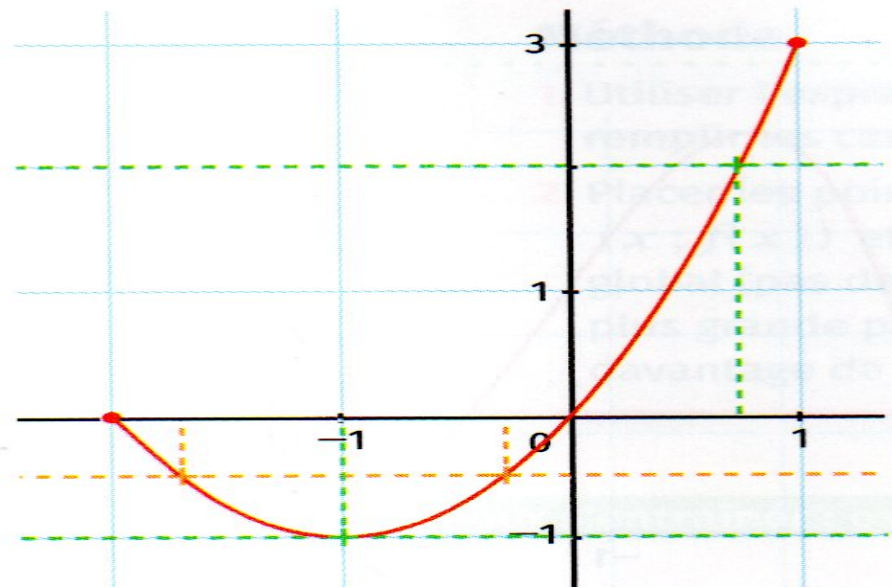
Les solutions de l'équation  $f(x) = k$ , où  $k$  est un réel sont les abscisses des points d'intersection éventuels de la courbe  $\mathcal{C}_f$  et de la droite parallèle à l'axe des abscisses d'équation  $y = k$

## Démonstration

$\mathcal{C}_f$  est l'ensemble des points  $M$  de coordonnées  $(x ; f(x))$ . Or, on cherche les valeurs de  $x$  telles que  $f(x) = k$ . On cherche donc les points de  $\mathcal{C}_f$  de coordonnées  $(x ; k)$  et les solutions sont les abscisses de ces points.

## Exemple

Déterminer graphiquement les solutions de l'équation  $f(x) = 2$  où la courbe représentée est celle de la fonction  $f$ .



### 1 - 2 Équation du type $f(x) = g(x)$

#### Propriété

Les solutions de l'équation  $f(x) = g(x)$  sont les abscisses des points d'intersection éventuels des courbes  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$ .

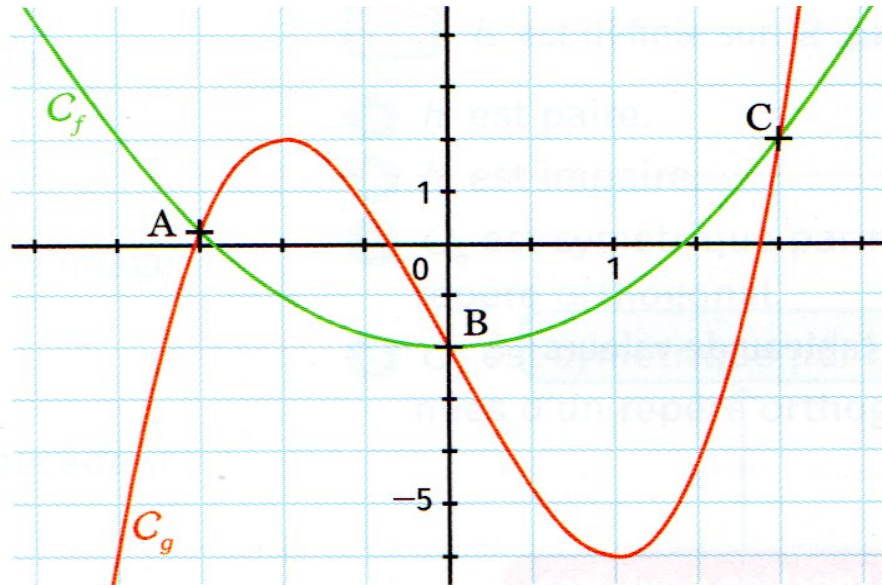
#### Démonstration

$\mathcal{C}_f$  est l'ensemble des points  $M$  de coordonnées  $(x ; f(x))$  et  $\mathcal{C}_g$  des points  $N$  de coordonnées  $(x ; g(x))$ .

Soit  $P$  un point de  $\mathcal{C}_f$  d'abscisse  $x$  telle que  $f(x) = g(x)$ . Puisque  $P \in \mathcal{C}_f$  alors ses coordonnées sont  $(x ; f(x))$ . Et comme  $f(x) = g(x)$  alors ses coordonnées sont aussi  $(x ; g(x))$ . On en déduit que  $P$  est aussi un point de  $\mathcal{C}_g$  et donc  $P$  est un point de l'intersection des deux courbes.

## Exemple

Déterminer graphiquement les solutions de l'équation  $f(x) = g(x)$  où les courbes représentées sont celles des fonctions  $f$  et  $g$ .



## 2 - Résolution graphique d'inéquation

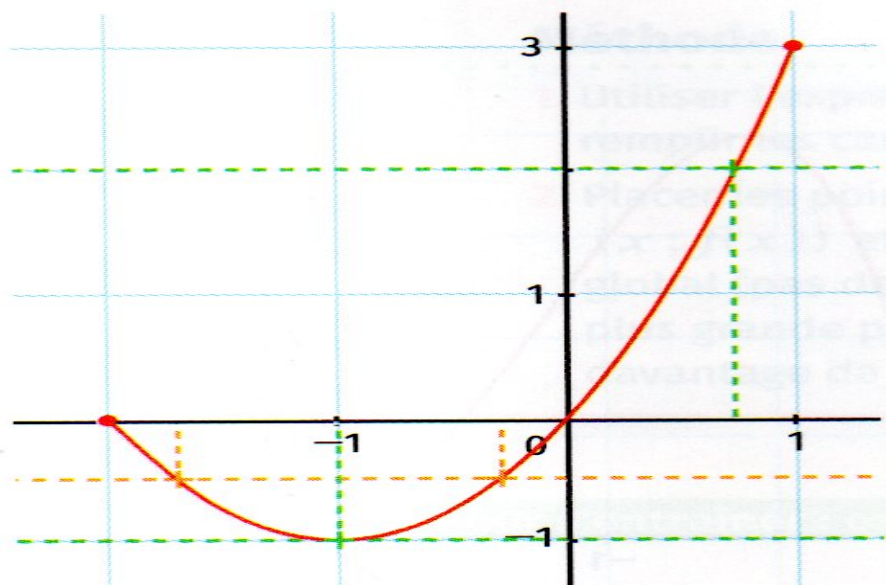
### 2 - 1 Inéquation du type $f(x) \leq k$

#### Propriété

Les solutions de l'inéquation  $f(x) \leq k$ , où  $k$  est un réel sont les **abscisses des points** éventuels de la courbe  $\mathcal{C}_f$  qui se trouvent en dessous de la droite d'équation  $y = k$

#### Exemple

Déterminer graphiquement les solutions de l'inéquation  $f(x) \leq 1$  où la courbe représentée est celle de la fonction  $f$ .



## 2 - 2 Inéquation du type $f(x) \leq g(x)$

### Propriété

Les solutions de l'inéquation  $f(x) \leq g(x)$ , sont les abscisses des points éventuels de la courbe  $\mathcal{C}_f$  qui se trouvent en dessous de la courbe  $\mathcal{C}_g$

### Exemple

Déterminer graphiquement les solutions de l'équation  $f(x) \leq (x)$  où les courbes représentées sont celles des fonctions  $f$  et  $g$ .

